

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ИЗВЕСТИЯ
ГЛАВНОЙ
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ
ОБСЕРВАТОРИИ
В ПУЛКОВЕ**

№ 219

Выпуск 3

**Труды Второй Пулковской
молодежной конференции**

Санкт-Петербург
2009

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА РАНГОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ К ОБЪЕКТАМ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Учайкин М.В.

Ульяновский государственный университет, г. Ульяновск, Россия

Разнообразие нашего Мира, неодинаковость объектов каждой его системы отражает закон рангового распределения (ЗРР). Разнообразие элементов системы носит гиперболический характер и описывается распределением Ципфа [1]:

$$W = A / r^{\beta}, \quad (1)$$

где W – ранжируемый параметр объекта, A – максимальное значение параметра объекта с рангом 1, т.е. в первой точке, r – ранговый номер объекта (1, 2, 3...) в порядке убывания параметра W , β – ранговый коэффициент, характеризующий степень крутизны гиперболы.

ЗРР является одним из наиболее общих законов, отражающих развитие технической, биологической, социальной и др. систем [2-5] (см. www.kudrinbi). При этом выполнение ЗРР отражает устойчивое, стабильное состояние системы. Такая система называется ценозом, а её элементы – особями. В графическом исполнении распределение (1) имеет вид гиперболы и спрямляется в двойных логарифмических координатах.

Любые отклонения от идеальной гиперболы в реальной системе («горбы», «впадины», «хвосты», отдельные точки, выпадающие из распределения) свидетельствуют о том, что система не стабильна или не полна. Применение ЗРР для оценки состояния различных систем и для их оптимизации составляет основной смысл метода рангового анализа и разрабатывается в *ценологии*. Наиболее разработан этот метод для применения в технике [2-4].

Целью настоящей работы являлась проверка применимости закона рангового распределения к космическим объектам в масштабах Солнечной системы. Кроме того, исследователи техноценозов считают ценозом совокупность большого количества слабо связанных технических элементов системы. То есть ЗРР в техноценозах справедлив для большого количества элементов. Справедливо ли это утверждение для астрономических систем с малым количеством объектов, которые, как правило, имеют сильные гравитационные связи?

Рассмотрим применение рангового анализа к массам планет солнечной системы. Ранжируемая величина – массы планет. Распределим массы всех планет Солнечной системы по рангу. Самая массивная планета – Юпитер имеет ранговый номер $r = 1$, Сатурн – $r = 2$, Нептун – $r = 3$ и т.д. (табл. 1, где M_z – масса Земли) [6, с. 975].

Таблица 1.

$r = 1$ (Юпитер)	324 M_z
$r = 2$ (Сатурн)	95,2 M_z
$r = 3$ (Нептун)	17,26 M_z
$r = 4$ (Уран)	14,58 M_z
$r = 5$ (Земля)	1 M_z
$r = 6$ (Венера)	0,81 M_z
$r = 7$ (Марс)	0,107 M_z
$r = 8$ (Меркурий)	0,054 M_z

Кривая рангового распределения масс планет, выраженная в массах земли $W = M/M_{\text{З}}$ от рангового номера планеты r , построенная по данным таблицы 1, имеет гиперболический вид (рис. 1, а) и хорошо спрямляется в двойном логарифмическом масштабе (рис. 1, б).

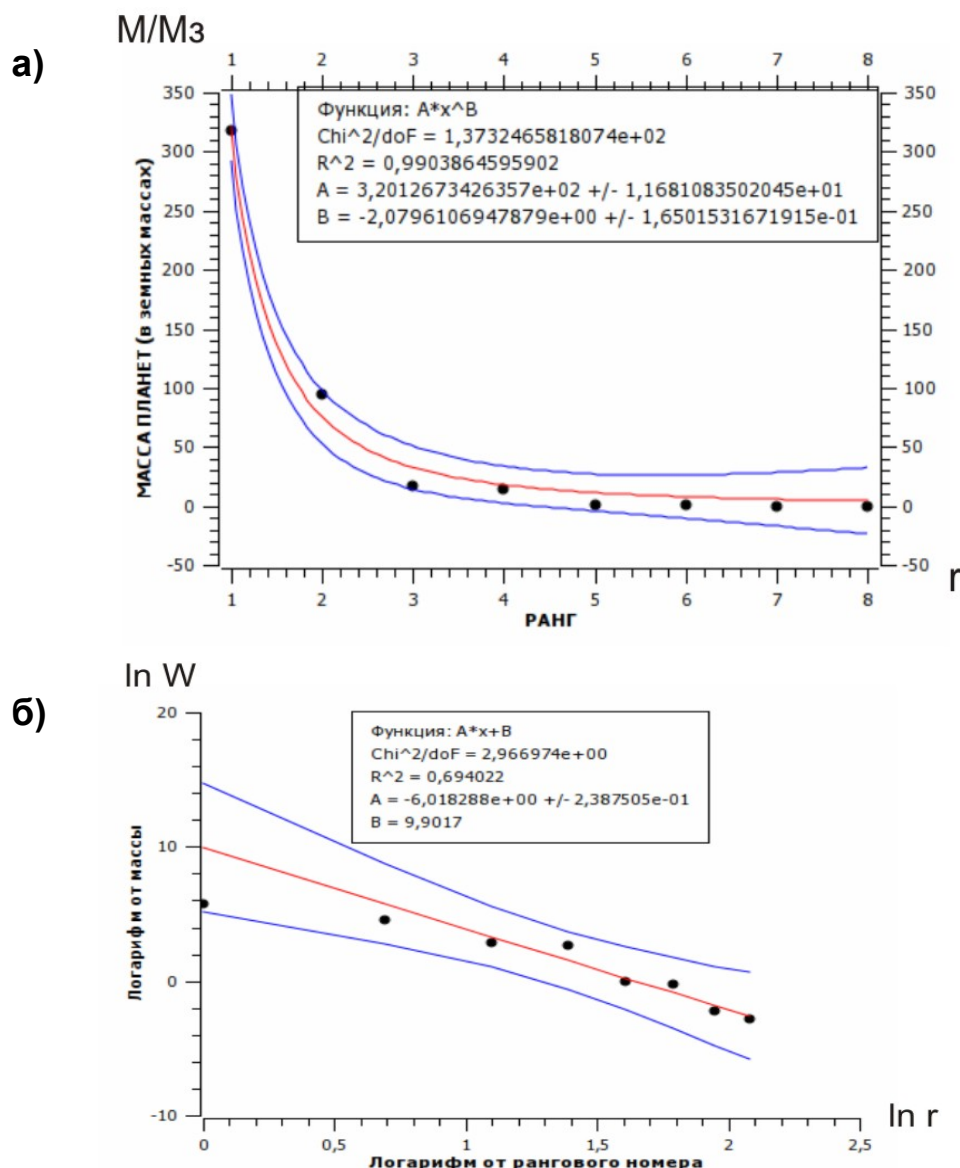


Рис. 1. Кривая рангового распределения масс планет Солнечной системы с аппроксимацией, где M – масса планет, выраженная в массах Земли, $W = M/M_{\text{З}}$; r – ранг. Верхняя и нижняя кривые ограничивают доверительный интервал значений. $A = 320$, $\beta = 2,08$.

а) График $W(r)$; б) График $\ln W = f(\ln r)$.

Аппроксимация экспериментальной кривой с помощью компьютерной программы показала математическую зависимость, соответствующую закону (1), где $A = 320$, $\beta = 2,08$,

Из рисунков видно, что все точки графиков входят в доверительный интервал значений исследуемого параметра (5%).

При добавлении в таблицу 1 масс карликовых планет (Эрида, Плутон, Хуамеа и Церера) и построении рангового распределения, включающего, кроме 8-и планет еще 4

карликовые планеты (рис. 2), мы видим, что массы карликовых планет не укладываются в доверительный интервал значений графика, в то время как остальные точки по-прежнему лежат в его пределах.

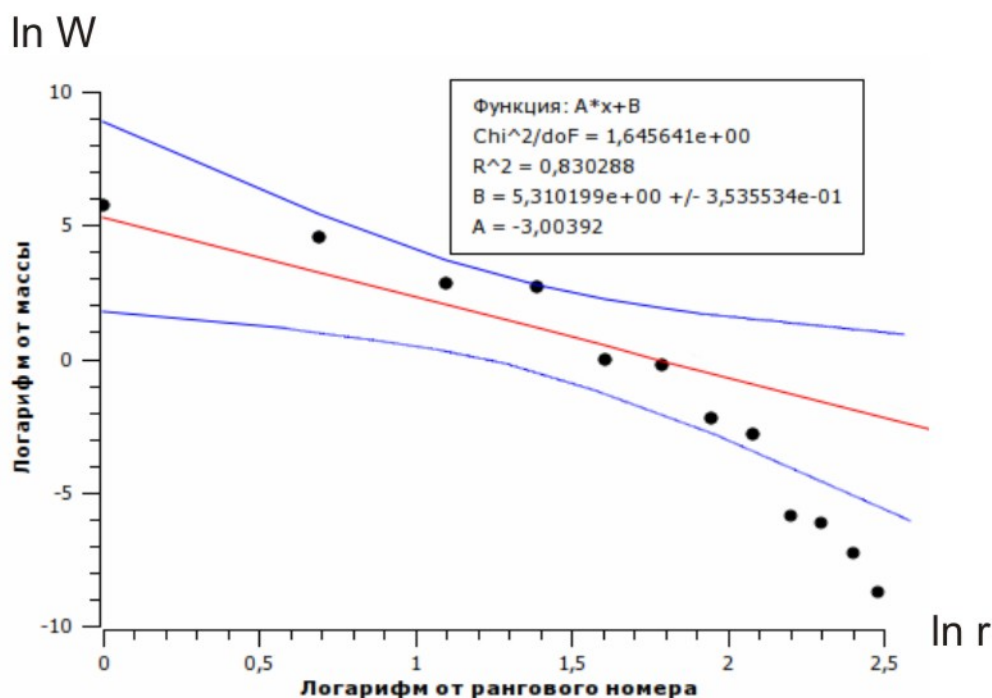


Рис. 2. Кривая рангового распределения масс планет Солнечной системы, включая 4 карликовые планеты, в двойном логарифмическом масштабе, где M – масса планет, выраженная в массах Земли, r – ранг, $A = 320$, $\beta = 2,1$.

Если судить по графику рис. 2, то по теории рангового анализа Эрида Плутон, Хуамеа и Церера не принадлежат к ценозу планет, а, следовательно, не являются ими.

Следующий график (рисунок 3) – график рангового распределения последовательности Тициуса-Боде, которая устанавливает зависимость между расстояниями планет до Солнца. По этому правилу, выраженные в астрономических единицах расстояния Меркурия, Венеры, Земли, Марса, средней части кольца малых планет, Юпитера, Сатурна, Урана, Плутона от Солнца (Нептун выпадает из этой зависимости !) получается следующим образом. К каждому числу последовательности 0; 3; 6; 12; 24; 48; 96; 192; 384, образующей начиная с 3-х геометрическую прогрессию, прибавляется число 4, а затем все числа делятся на 10. Получается новая последовательность чисел: 0,4; 0,7; 1,0; 1,5; 2,8; 5,2; 10,0; 19,6; 38,8, которая с точностью около 3% представляет расстояния от Солнца в астр. ед. перечисленных тел Солнечной системы. Удовлетворительного теоретического объяснения этой зависимости не имеется [8]. Было построено ранговое распределение, отражающее это правило. Результаты представлены на рис.3, а, б. Из рис. следует, что правило Тициуса-Боде подчиняется закону рангового распределения.

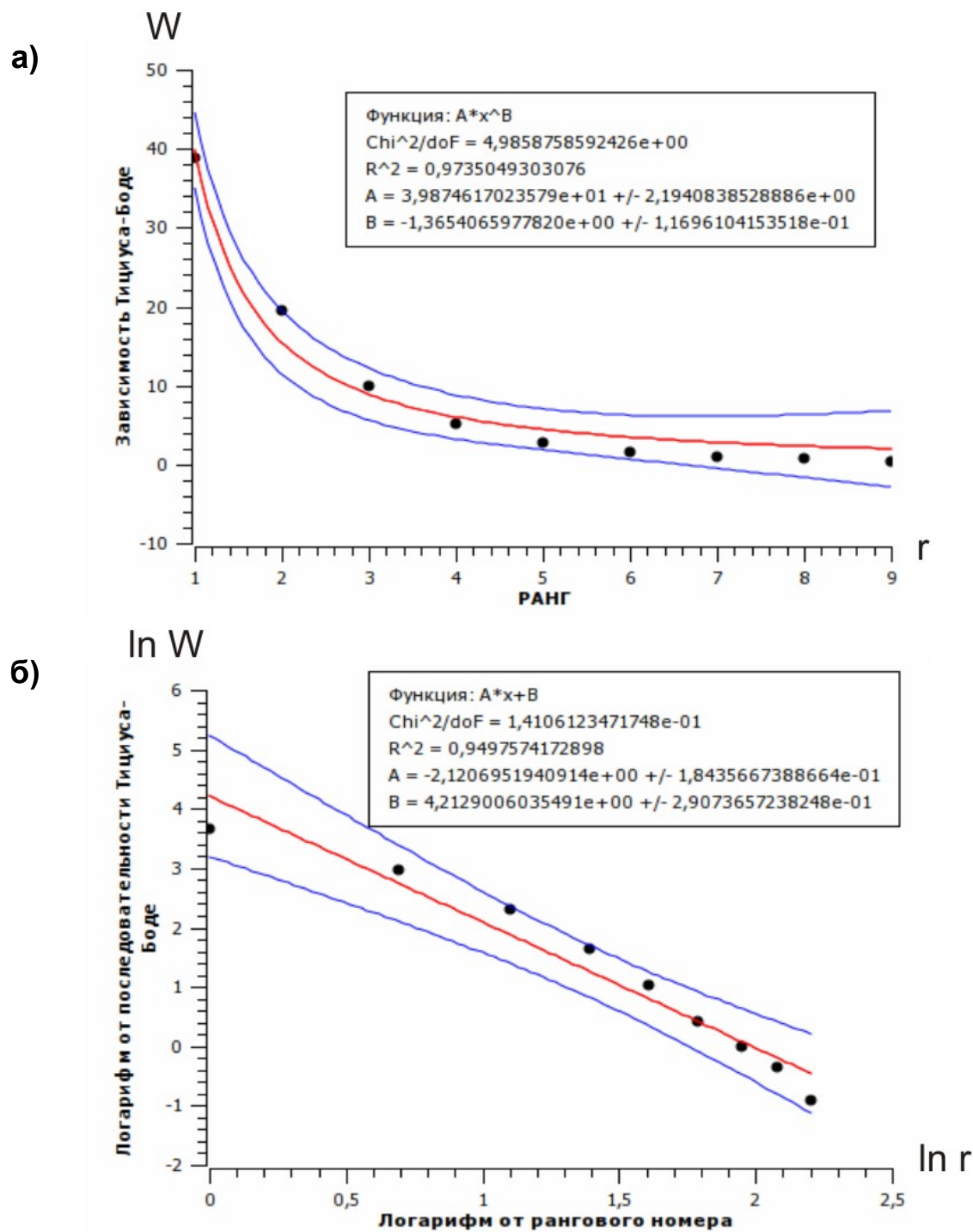


Рис. 3. Ранговое распределение чисел Тициуса-Боде, где W – числа Тициуса-Боде, r – их ранговый номер. $A = 39$, $\beta = 1,37$;
а) График $W(r)$; б) График $\ln W = f(\ln r)$.

Ниже представлены графики распределения планет солнечной системы по орбитальным радиусам (рис.4, а, б). Из графиков видно: все точки значений входят в доверительный интервал.

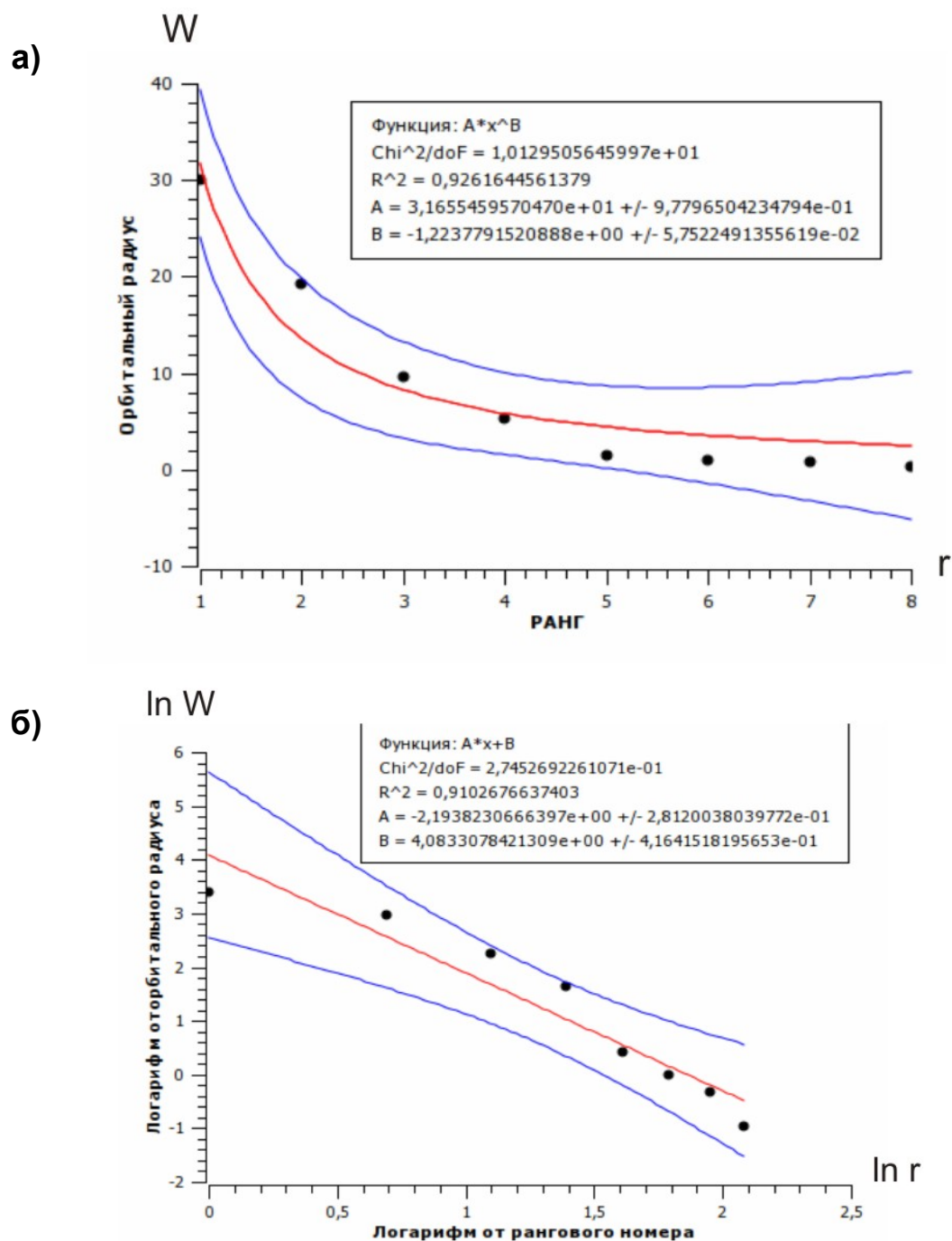


Рис. 4. Графики распределения планет по орбитальным радиусам, где W – радиус орбиты планет, r – их ранговый номер. $A = 31,6$ (а. ед), $\beta = 1,2$;
а) График $W(r)$; б) График $\ln W = f(\ln r)$.

На рисунке 5, а, б представлены графики рангового распределения спутников Урана по массам. На этом графике практически все точки значений исследуемого параметра входят в доверительный интервал.

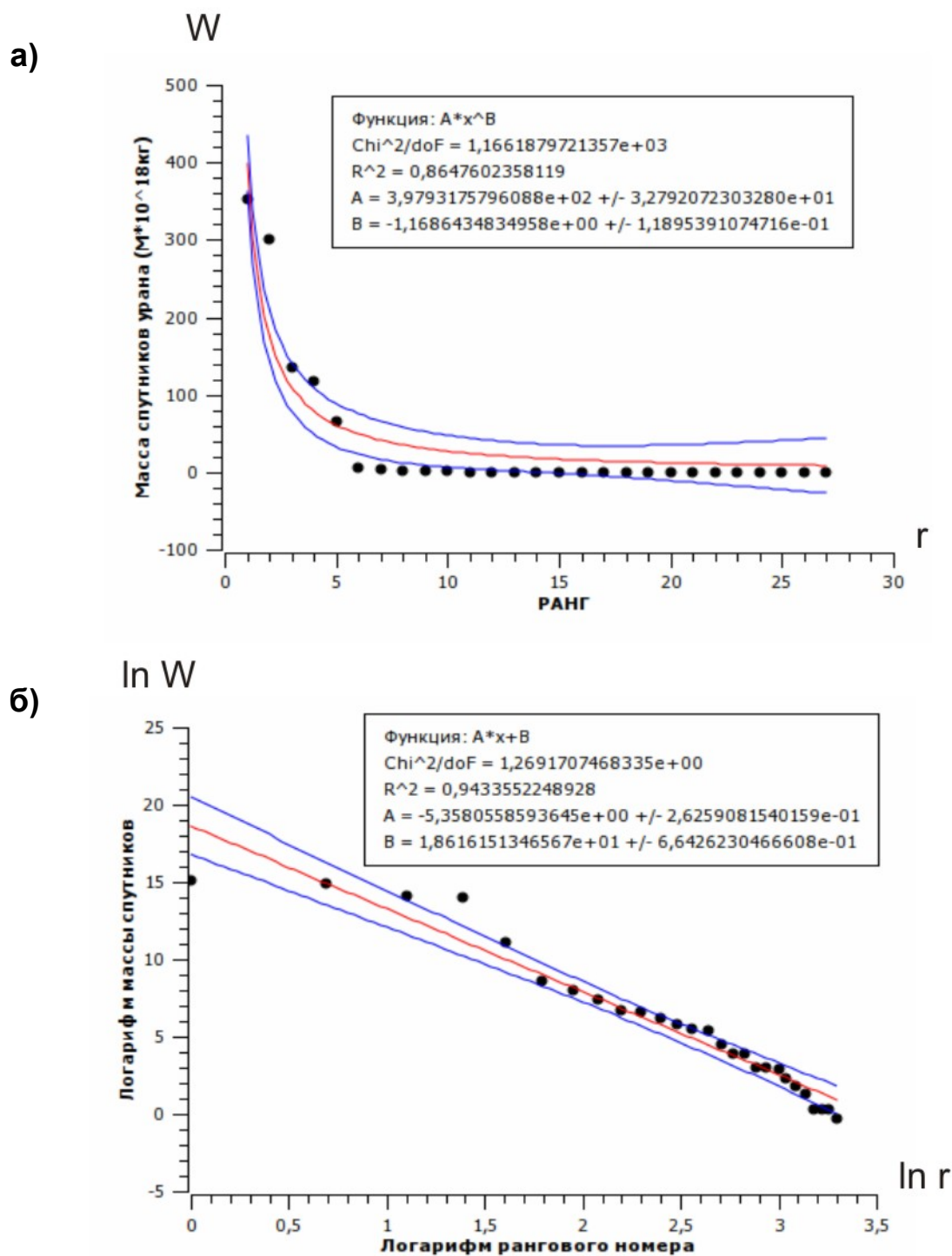


Рис. 5. Ранговое распределение спутников Урана по массам.

W – массы спутников, r – их ранговый номер;

а) График $W(r)$; б) График $\ln W = f(\ln r)$.

Ниже показан график рангового распределения спутников Сатурна по диаметрам (рис. 6), а также спрямление этого графика в двойном логарифмическом масштабе. Из рис. 6 видно, что реальные точки хорошо ложатся на аппроксимационные графики

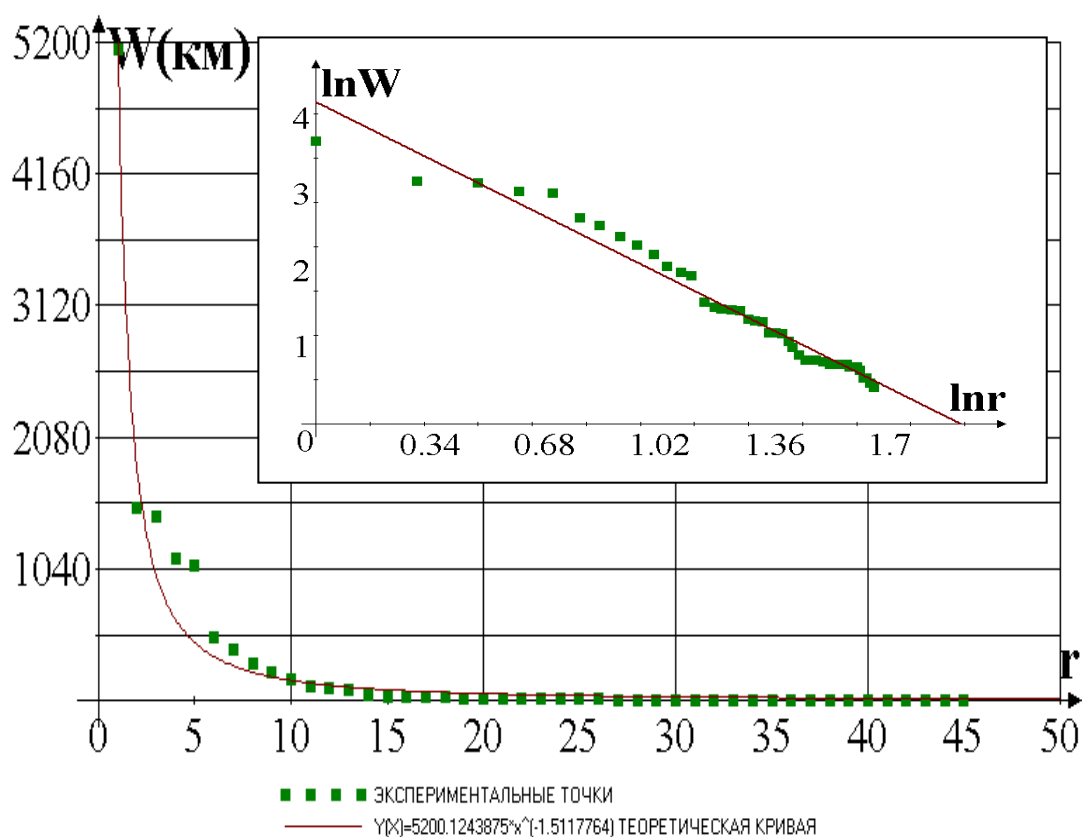


Рис. 6. Распределение спутников Сатурна по диаметрам $W(r)$ (км) со спрямлением в двойном логарифмическом масштабе $\ln W = f(\ln r)$; $A = 5200$ км, $\beta = 2,2$.

Таким образом, показано соответствие ряда распределений объектов Солнечной системы закону рангового распределения [1]. При этом, когда одна или несколько точек выпадают из графика, причины может быть три:

1. Это может означать, что измерения параметров объектов не точны.
2. Это может означать, что объект не принадлежит данному ценозу (системе). В случае нашей планетной системы из наших исследований следует, что Плутон не относится к системе планет, а относится к планетоидам, которые образуют отдельную подсистему.
3. Это может означать, что система не полна, т.е. мы имеем недостаточно сведений о полноте системы. Если со временем добавится информация о новых объектах системы, дополненное реальное ранговое распределение будет лучшим образом отражать ЗРР [1].

На основании рангового анализа можно выявить недостоверную информацию и прогнозировать дальнейшее направление исследований.

Выводы

Полученные результаты свидетельствуют:

- ЗРР выполняется в пределах Солнечной системы, а метод рангового анализа может быть применён для её изучения. Таким образом, наша планетная система является ценозом.
- ЗРР справедлив для астрономических систем с малым количеством космических объектов, связанных гравитацией.
- Приведённые результаты демонстрируют прогностические возможности рангового анализа. Можно ожидать, что планетные системы других звёзд имеют подобную модель, т.е. подчиняются ЗРР, но с другими параметрами A , β .

Закон рангового распределения [1] не представляет собой нечто особенное. ЗРР он отражает разнообразие нашего космического Мира, неодинаковость его объектов. Это разнообразие носит гиперболический характер и описывается распределением Ципфа.

В заключение автор благодарит научного руководителя Р.В. Гурину за помощь в работе и организаторов конференции за приглашение.

Литература

1. *Zipf J.K.* Human behaviour and the principle of least effort [Текст] // J.K. Zipf. – Cambridge (Mass.): Addison-Wesley Pres, 1949, XI. – 574 p.
2. *Кудрин Б.И.* Введение в технетику. 2-е изд., переработанное, дополненное. Томск: Изд. Томск. Госуниверситета, 1993. – 552 с.
3. *Кудрин Б.И., Жилин Б.В., Лагуткин О.Е., Ошурков М.Г.* Ценологическое определение параметров электропотребления многономенклатурных производств. Тула: Приок. кн. изд-во, 1994. – 161 с.
4. Математическое описание ценозов и закономерности технетики. Философия и становление технетики. Вып.1, вып.2."Ценологические исследования". Абакан: Центр системных исследований, 1996. - 452 с.
5. *Гурина Р.В.* Ранговый анализ в педагогических образовательных системах / Школьные технологии, №5, 2003 г. - С. 102-108.
6. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. Акад. И.К. Кикоина. М. Атомиздат. 1976. 1976. – 1008 с.
7. *Бронштэн В.А.* Планеты и их наблюдение. М.: Наука, 1979.

THE APPLICATION OF THE RANK DISTRIBUTION LAW TO THE OBJECTS OF THE SUN SYSTEM

Uchaykin M.V.

Ulyanovsk State University

The given article deals with the possibilities of using the rank analysis for investigation of the quality on the sun system. The curves of rank distributions of the objects on the sun system correspond to the classical H-distribution of Zipf. Rank analysis is the one of method of the sun system investigation. The law of rank distribution is correct for some objects of cosmic systems, which connected with gravity.